Exámenes de Selectividad

Física. Andalucía 2022, Ordinaria

mentoor.es

Pregunta A. Opción 1. Campo Gravitatorio

a) **i. Defina los conceptos de energía cinética, energía potencial y energía mecánica e indique la relación que existe entre ellas cuando sólo actúan fuerzas conservativas.**
ii. Explique razonadamente cómo se modifica dicha relación si intervienen además fuerzas no conservativas

b) **Sobre un cuerpo de 3 kg, que está inicialmente en reposo sobre un plano horizontal, actúa una fuerza de 12 N paralela al plano. El coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano es 0,2. Determine, mediante consideraciones energéticas:**
i. el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento tras recorrer el cuerpo una distancia de 10 m.
ii. la velocidad del cuerpo después de recorrer los 10 m.

Dato: $g = 9,8\,\mathrm{m\,s^{-2}}$

Solución:

a) **i. Defina los conceptos de energía cinética, energía potencial y energía mecánica e indique la relación que existe entre ellas cuando sólo actúan fuerzas conservativas.**

La energía cinética es la energía que posee un objeto debido a su movimiento. Se calcula mediante la expresión:

$$E_\mathrm{c} = \frac{1}{2}\, m \cdot v^2,$$

donde m es la masa del objeto y v su velocidad.

La energía potencial es la energía que posee un objeto debido a su posición o configuración en un campo de fuerzas. Existen diferentes tipos de energía potencial:

* *Energía potencial gravitatoria*: asociada a la posición de un objeto en un campo gravitatorio, calculada como:

$$E_\mathrm{p,g} = m \cdot g \cdot h,$$

donde g es la aceleración de la gravedad y h la altura respecto a un nivel de referencia.

* *Energía potencial elástica*: relacionada con la deformación de un resorte o elemento elástico:

$$E_\mathrm{p,e} = \frac{1}{2}\, k \cdot x^2,$$

donde k es la constante elástica y x la deformación del resorte.

La energía mecánica es la suma de la energía cinética y la energía potencial de un sistema:

$$E_\mathrm{mec} = E_\mathrm{c} + E_\mathrm{p}.$$

Cuando sólo actúan fuerzas conservativas, la energía mecánica se conserva. Es decir:

$$E_\mathrm{mec}^\mathrm{inicial} = E_\mathrm{mec}^\mathrm{final} \quad \Rightarrow \quad E_\mathrm{c}^\mathrm{inicial} + E_\mathrm{p}^\mathrm{inicial} = E_\mathrm{c}^\mathrm{final} + E_\mathrm{p}^\mathrm{final}.$$

Por lo tanto, cuando sólo actúan fuerzas conservativas, la energía mecánica total del sistema permanece constante.

ii. Explique razonadamente cómo se modifica dicha relación si intervienen además fuerzas no conservativas

Si intervienen fuerzas no conservativas (como la fuerza de rozamiento), la energía mecánica no se conserva, ya que parte de ella se transforma en otras formas de energía, como calor. En este caso, la relación se modifica según el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas:

$$E_\mathrm{mec}^\mathrm{inicial} = E_\mathrm{mec}^\mathrm{final} + W_\mathrm{nc},$$

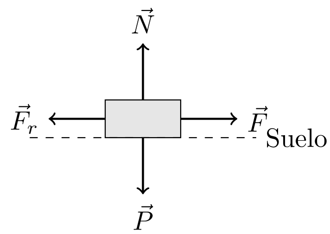
donde W_{nc} es el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas.

Por lo tanto, la energía mecánica disminuye o aumenta en función del trabajo realizado por las fuerzas no conservativas.

b) **Sobre un cuerpo de 3 kg, que está inicialmente en reposo sobre un plano horizontal, actúa una fuerza de 12 N paralela al plano. El coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano es 0,2. Determine, mediante consideraciones energéticas:**

i. **el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento tras recorrer el cuerpo una distancia de 10 m.**

Observamos que:



Primero, calculamos la fuerza normal N mediante la Segunda Ley de Newton (en el eje y):

$$N - P = 0 \quad \Rightarrow \quad N = P = m \cdot g = 3\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}8\,\mathrm{m/s^2} = 29{,}4\,\mathrm{N}.$$

La fuerza de rozamiento es:

$$F_{\mathrm{r}} = \mu \cdot N = 0{,}2 \cdot 29{,}4\,\mathrm{N} = 5{,}88\,\mathrm{N}.$$

El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento al desplazarse $d = 10\,\mathrm{m}$ es:

$$W_{\mathrm{r}} = F_{\mathrm{r}} \cdot d \cdot \cos 180^\circ = 5{,}88\,\mathrm{N} \cdot 10\,\mathrm{m} \cdot (-1) = -58{,}8\,\mathrm{J}.$$

Nótese que el ángulo es 180° porque la fuerza de rozamiento se opone al movimiento.

Por lo tanto, el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es $-58{,}8\,\mathrm{J}$.

ii. **la velocidad del cuerpo después de recorrer los 10 m.**

El trabajo realizado por la fuerza aplicada $F = 12\,\mathrm{N}$ es:

$$W_{\mathrm{F}} = F \cdot d \cdot \cos 0^\circ = 12\,\mathrm{N} \cdot 10\,\mathrm{m} \cdot 1 = 120\,\mathrm{J}.$$

El trabajo neto realizado sobre el cuerpo es la suma de los trabajos individuales:

$$W_{\mathrm{neto}} = W_{\mathrm{F}} + W_{\mathrm{r}} = 120\,\mathrm{J} - 58{,}8\,\mathrm{J} = 61{,}2\,\mathrm{J}.$$

Aplicando el teorema del trabajo y la energía cinética:

$$W_{\mathrm{neto}} = \Delta E_{\mathrm{c}} = E_{\mathrm{c,f}} - E_{\mathrm{c,i}} = \frac{1}{2}\, m \cdot v^2 - 0,$$

ya que el cuerpo parte del reposo ($v_0 = 0$).
Despejamos v:

$$61{,}2\,\mathrm{J} = \frac{1}{2} \cdot 3\,\mathrm{kg} \cdot v^2 \quad \Rightarrow \quad v^2 = \frac{2 \cdot 61{,}2\,\mathrm{J}}{3\,\mathrm{kg}} = 40{,}8\,\mathrm{m^2/s^2} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{40{,}8\,\mathrm{m^2/s^2}} = 6{,}39\,\mathrm{m/s}.$$

Por lo tanto, la velocidad del cuerpo después de recorrer 10 m es aproximadamente $6{,}39\,\mathrm{m/s}$.

Pregunta A. Opción 2. Campo Gravitatorio

a) **En una determinada región del espacio existen dos puntos A y B en los que el potencial gravitatorio es el mismo.**
   i. **¿Podemos concluir que los campos gravitatorios en A y en B son iguales?**
   ii. **¿Cuál sería el trabajo realizado por el campo gravitatorio al desplazar una masa m desde A hasta B?**

b) **Dos masas de 2 y 4 kg se sitúan en los puntos A(2,0) m y B(0,3) m, respectivamente.**
   i. **Determine el campo y el potencial gravitatorio en el origen de coordenadas.**
   ii. **Calcule el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria para trasladar una tercera masa de 1 kg desde el origen de coordenadas hasta el punto C(2,3) m.**

Dato: $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$

Solución:

a) **En una determinada región del espacio existen dos puntos A y B en los que el potencial gravitatorio es el mismo.**
   i. **¿Podemos concluir que los campos gravitatorios en A y en B son iguales?**

Aunque el potencial gravitatorio es el mismo en los puntos A y B, esto no implica que los campos gravitatorios sean iguales en esos puntos. El potencial gravitatorio es una magnitud escalar que depende de la posición, pero el campo gravitatorio es un vector que depende tanto de la magnitud como de la dirección. El campo gravitatorio es el gradiente del potencial gravitatorio:

$$\vec{g} = -\nabla V,$$

por lo que dos puntos con el mismo potencial pueden tener campos gravitatorios diferentes si el gradiente del potencial es distinto en cada punto.

Por lo tanto, no podemos concluir que los campos gravitatorios en A y B sean iguales.

   ii. **¿Cuál sería el trabajo realizado por el campo gravitatorio al desplazar una masa m desde A hasta B?**

El trabajo realizado por una fuerza conservativa, como el campo gravitatorio, al mover una masa desde A hasta B es:

$$W = -m\left(V_B - V_A\right).$$

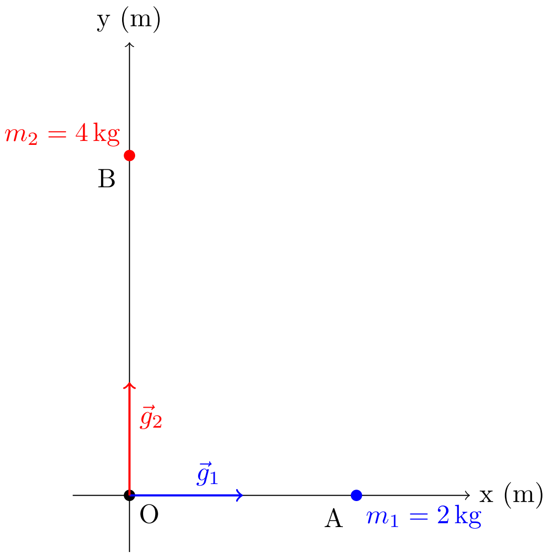
Dado que $V_B = V_A$, entonces:

$$W = -m(V_B - V_A) = -m \cdot 0 = 0.$$

Por lo tanto, el trabajo realizado es cero ya que tienen el mismo potencial.

b) **Dos masas de 2 y 4 kg se sitúan en los puntos A(2,0) m y B(0,3) m, respectivamente.**
   i. **Determine el campo y el potencial gravitatorio en el origen de coordenadas.**

Tenemos la siguiente situación:



Cálculo del campo gravitatorio en el origen debido a la masa en A:

La masa $m_1 = 2\,\text{kg}$ está en el punto A(2,0) m. La distancia desde el origen hasta A es:

$$r_1 = \sqrt{(2-0)^2 + (0-0)^2} = 2\,\text{m}.$$

El vector unitario desde la masa hacia el origen es:

$$\vec{u}_1 = \frac{\vec{r}_1}{r_1} = \frac{(-2,0)}{2} = (-1,0) = -\vec{i}.$$

El campo gravitatorio en el origen debido a m_1 es:

$$\vec{g}_1 = -G \cdot \frac{m_1}{r_1^2} \cdot \vec{u}_1 = -G \cdot \frac{2}{(2)^2} \cdot (-\vec{i}) = G \cdot \frac{1}{2} \cdot \vec{i} = 3{,}335 \cdot 10^{-11} \cdot \vec{i}\,\text{N/kg}.$$

Cálculo del campo gravitatorio en el origen debido a la masa en B:

La masa $m_2 = 4\,\text{kg}$ está en el punto B(0,3) m. La distancia desde el origen hasta B es:

$$r_2 = \sqrt{(0-0)^2 + (3-0)^2} = 3\,\text{m}.$$

El vector unitario desde la masa hacia el origen es:

$$\vec{u}_2 = \frac{\vec{r}_2}{r_2} = \frac{(0,-3)}{3} = (0,-1) = -\vec{j}.$$

El campo gravitatorio en el origen debido a m_2 es:

$$\vec{g}_2 = -G \cdot \frac{m_2}{r_2^2} \cdot \vec{u}_2 = -G \cdot \frac{4}{(3)^2} \cdot (-\vec{j}) = G \cdot \frac{4}{9} \cdot \vec{j} = 2{,}964 \cdot 10^{-11} \cdot \vec{j}\,\text{N/kg}.$$

Entonces,

$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 = 3{,}335 \cdot 10^{-11} \cdot \vec{i} + 2{,}964 \cdot 10^{-11} \cdot \vec{j}\,\text{N/kg}.$$

El módulo del campo gravitatorio es:

$$|\vec{g}| = \sqrt{\left(3{,}335 \cdot 10^{-11}\right)^2 + \left(2{,}964 \cdot 10^{-11}\right)^2} = 4{,}46 \cdot 10^{-11}\,\text{N/kg}.$$

Cálculo del potencial gravitatorio en el origen:

El potencial gravitatorio es escalar y se suma directamente. Potencial debido a m_1:

$$V_1 = -G \cdot \frac{m_1}{r_1} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2}{2} = -6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\text{J/kg}.$$

Potencial debido a m_2:

$$V_2 = -G \cdot \frac{m_2}{r_2} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{4}{3} = -8{,}89 \cdot 10^{-11}\,\text{J/kg}.$$

Entonces,

$$V = V_1 + V_2 = -6{,}67 \cdot 10^{-11} + (-8{,}89 \cdot 10^{-11}) = -1{,}556 \cdot 10^{-10}\,\text{J/kg}.$$

Por lo tanto, el campo gravitatorio en el origen es $\vec{g} = 3{,}335 \cdot 10^{-11}\,\vec{\imath} + 2{,}964 \cdot 10^{-11}\,\vec{\jmath}$N/kg y el potencial gravitatorio es $V = -1{,}556 \cdot 10^{-10}$ J/kg.

ii. Calcule el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria para trasladar una tercera masa de 1 kg desde el origen de coordenadas hasta el punto C(2,3) m.

La distancia desde m_1 hasta C(2,3) es:

$$r_1' = \sqrt{(2-2)^2 + (3-0)^2} = 3\,\text{m}.$$

Así, el potencial debido a m_1 en C es:

$$V_1' = -G \cdot \frac{m_1}{r_1'} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2}{3} = -4{,}44 \cdot 10^{-11}\,\text{J/kg}.$$

La distancia desde m_2 hasta C(2,3) es:

$$r_2' = \sqrt{(2-0)^2 + (3-3)^2} = 2\,\text{m}.$$

Y el potencial debido a m_2 en C es:

$$V_2' = -G \cdot \frac{m_2}{r_2'} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{4}{2} = -1{,}334 \cdot 10^{-10}\,\text{J/kg}.$$

Entonces, el potencial total en C es:

$$V_C = V_1' + V_2' = -4{,}44 \cdot 10^{-11} + (-1{,}334 \cdot 10^{-10}) = -1{,}778 \cdot 10^{-10}\,\text{J/kg}.$$

El trabajo realizado al mover una masa $m = 1\,\text{kg}$ desde el origen hasta el punto C es:

$$W = -m\,(V_C - V_O) = -1 \cdot \left(-1{,}778 \cdot 10^{-10} - (-1{,}556 \cdot 10^{-10})\right) = 2{,}22 \cdot 10^{-11}\,\text{J}.$$

Por lo tanto, el trabajo realizado es $2{,}22 \cdot 10^{-11}$ J.

Pregunta B. Opción 1. Campo Electromagnético

a) **Dos cargas puntuales de igual valor y signo contrario se encuentran separadas una distancia d. Explique, con ayuda de un esquema, si el campo eléctrico puede anularse en algún punto próximo a las dos cargas.**

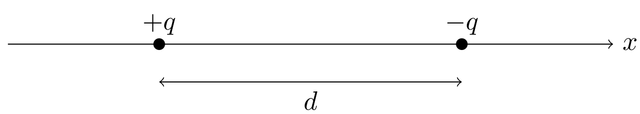
b) **Dos partículas idénticas con carga positiva, situadas en los puntos A(0,0) m y B(2,0) m, generan un potencial eléctrico en el punto C(1,1) m de 1000 V. Determine:**
   i. el valor de la carga de las partícula.
   ii. el vector campo eléctrico en el punto C(1,1) m.

Dato: $\boldsymbol{K = 9 \cdot 10^9\,\mathrm{N\,m^2\,C^{-2}}}$

Solución:

a) **Dos cargas puntuales de igual valor y signo contrario se encuentran separadas una distancia d. Explique, con ayuda de un esquema, si el campo eléctrico puede anularse en algún punto próximo a las dos cargas.**

Consideremos dos cargas puntuales: una positiva $+q$ ubicada en el punto A y una negativa $-q$ en el punto B, separadas una distancia d:



El campo eléctrico en un punto se obtiene mediante la superposición de los campos eléctricos generados por cada carga:

$$\vec{E} = \vec{E}_{+q} + \vec{E}_{-q}.$$

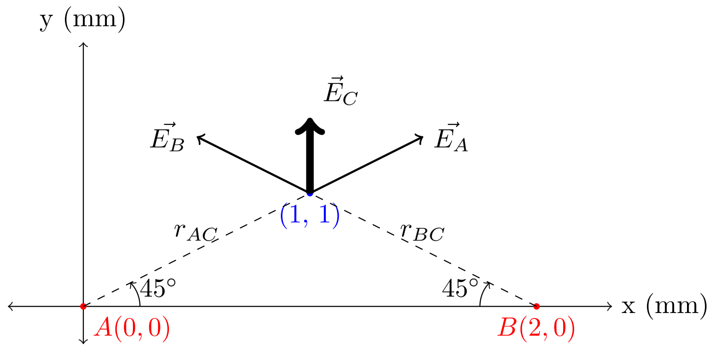
Buscamos un punto donde $\vec{E} = 0$. Analicemos posibles ubicaciones:

- *En el segmento entre las cargas:* En este intervalo, los campos eléctricos de ambas cargas tienen el mismo sentido (desde $+q$ y hacia $-q$), por lo que sus magnitudes se suman y no pueden cancelarse.
- *A la izquierda de $+q$:* En esta región, el campo eléctrico debido a $+q$ apunta hacia la derecha y el de $-q$ apunta hacia la izquierda. Sin embargo, el punto estaría más cerca de $+q$, por lo que el campo debido a $+q$ será más intenso que el de $-q$. No es posible que se anulen en ningún punto a la izquierda de $+q$.
- *A la derecha de $-q$:* Similarmente, en esta región, el campo debido a $+q$ apunta hacia la derecha y el de $-q$ hacia la izquierda. Pero el punto está más alejado de $+q$ y más cercano a $-q$, por lo que sus campos no pueden anularse.

Por lo tanto, el campo eléctrico no puede anularse en ningún punto próximo a las dos cargas.

b) **Dos partículas idénticas con carga positiva, situadas en los puntos A(0,0) m y B(2,0) m, generan un potencial eléctrico en el punto C(1,1) m de 1000 V. Determine:**
   i. el valor de la carga de las partícula.

   La situación descrita es:



La distancia desde A hasta C es:

$$r_{AC} = \sqrt{(1-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}\,\text{m}.$$

La distancia desde B hasta C es:

$$r_{BC} = \sqrt{(1-2)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{(-1)^2 + 1} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}\,\text{m}.$$

El potencial total en C es la suma de los potenciales debidos a cada carga:

$$V_C = V_A + V_B = K \cdot \frac{q}{r_{AC}} + K \cdot \frac{q}{r_{BC}} = 2K \cdot \frac{q}{\sqrt{2}}.$$

Igualamos al valor dado del potencial:

$$V_C = 2K \cdot \frac{q}{\sqrt{2}} = 1000\,\text{V} \quad \Rightarrow \quad q = \frac{1000 \cdot \sqrt{2}}{2K} = \frac{1000 \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot 9 \cdot 10^9} = 7{,}8567 \cdot 10^{-8}\,\text{C}.$$

Por lo tanto, el valor de la carga de las partículas es $q = 7{,}86 \cdot 10^{-8}$ C.

ii. el vector campo eléctrico en el punto C(1,1) m.

Cálculo del campo eléctrico debido a cada carga:
El campo eléctrico debido a una carga puntual es:

$$\vec{E} = K \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \vec{u},$$

donde $\vec{u}$ es el vector unitario dirigido desde la carga hacia el punto C.

Para la carga en $A(0,0)$:

La distancia es $r_{AC} = \sqrt{2}\,\text{m}$ y el vector es $\vec{r}_{AC} = \vec{r}_C - \vec{r}_A = (1,1) - (0,0) = (1,1)\,\text{m}$, por lo que el vector unitario resulta $\vec{u}_{AC} = \frac{(1,1)}{\sqrt{2}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$. Entonces,

$$\vec{E}_A = K \cdot \frac{q}{(\sqrt{2})^2} \cdot \vec{u}_{AC} = K \cdot \frac{q}{2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

Para la carga en $B(2,0)$:

La distancia es $r_{BC} = \sqrt{2}\,\text{m}$ y el vector es $\vec{r}_{BC} = \vec{r}_C - \vec{r}_B = (1,1) - (2,0) = (-1,1)\,\text{m}$, por lo que el vector unitario resulta $\vec{u}_{BC} = \frac{(-1,1)}{\sqrt{2}} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$. Entonces,

$$\vec{E}_B = K \cdot \frac{q}{2} \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

Campo eléctrico total en C:

$$\vec{E}_C = \vec{E}_A + \vec{E}_B = K \cdot \frac{q}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = K \cdot \frac{q}{2}\left(0, \frac{2}{\sqrt{2}}\right) = K \cdot \frac{q}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot (0,1) = K \cdot \frac{q}{\sqrt{2}} \cdot \vec{j}.$$

Sustituyendo $q = 7{,}8567 \cdot 10^{-8}$ C y $K = 9 \cdot 10^9\,\mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$:

$$E_C = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 7{,}8567 \cdot 10^{-8}}{\sqrt{2}} \cdot \vec{j} = 500 \cdot \vec{j}\,\mathrm{N/C}.$$

Por lo tanto, el vector campo eléctrico en C es $\vec{E}_C = 500\,\vec{j}\,\mathrm{N/C}$.

Pregunta B. Opción 2. Campo Electromagnético

a) **A una espira plana, que está en reposo, se le acerca perpendicularmente al plano de la misma un imán por su polo norte. Realice un esquema en el que se represente la dirección y sentido del campo magnético inducido en la espira. Justifique el sentido de la corriente inducida en la misma.**

b) **Una espira conductora cuadrada de 0,05 m de lado se encuentra en una región donde hay un campo magnético perpendicular a la espira de módulo $B = (4t - t^2)$ T (t es el tiempo en segundos).**

   i. **Halle la expresión para el flujo del campo magnético a través de la espira.**

   ii. **Calcule el módulo de la f.e.m. inducida en la espira para $t = 3$ s.**

   iii. **Determine el instante de tiempo para el cual no se induce corriente en la espira.**

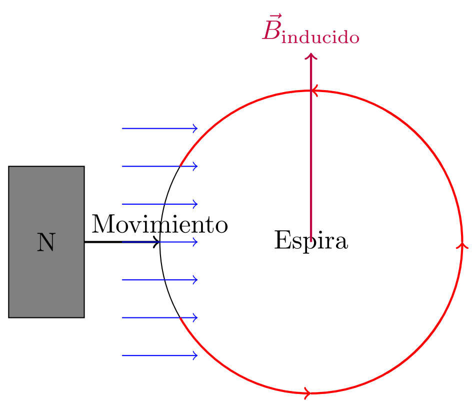
Solución:

a) **A una espira plana, que está en reposo, se le acerca perpendicularmente al plano de la misma un imán por su polo norte. Realice un esquema en el que se represente la dirección y sentido del campo magnético inducido en la espira. Justifique el sentido de la corriente inducida en la misma.**

Al acercar el polo norte de un imán hacia una espira conductora en reposo, el flujo magnético a través de la espira aumenta debido al incremento del campo magnético que atraviesa su superficie.

Según la Ley de Lenz, la corriente inducida en la espira generará un campo magnético que se opone al cambio de flujo magnético. En este caso, el campo magnético externo está aumentando en dirección hacia la espira (entrando en la espira). Por lo tanto, el campo magnético inducido por la corriente en la espira debe dirigirse en sentido opuesto al campo externo para oponerse a su incremento, es decir, saliendo de la espira.

Para producir un campo magnético saliente (alejándose de la espira), la corriente inducida debe circular en sentido antihorario visto desde el lado por el que se acerca el imán, según la regla de la mano derecha.



Por lo tanto, la corriente inducida circula en sentido antihorario para oponerse al aumento del flujo magnético, generando un campo magnético inducido saliente de la espira.

b) **Una espira conductora cuadrada de 0,05 m de lado se encuentra en una región donde hay un campo magnético perpendicular a la espira de módulo $B = (4t - t^2)$ T (t es el tiempo en segundos).**

   i. **Halle la expresión para el flujo del campo magnético a través de la espira.**

El flujo magnético a través de la espira es:

$$\Phi(t) = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = B(t) \cdot S \cdot \cos\theta.$$

Dado que el campo magnético es perpendicular al plano de la espira, el ángulo $\theta = 0°$ y $\cos 0° = 1$. El área de la espira cuadrada es:

$$S = l^2 = (0{,}05\,\mathrm{m})^2 = 0{,}0025\,\mathrm{m}^2.$$

Entonces, el flujo magnético es:

$$\Phi(t) = B(t) \cdot S = (4t - t^2) \cdot 0{,}0025 = 0{,}0025(4t - t^2)\,\mathrm{Wb}.$$

Por lo tanto, la expresión del flujo magnético es $\boldsymbol{\Phi(t) = 0{,}0025(4t - t^2)}$ Wb.

ii. Calcule el módulo de la f.e.m. inducida en la espira para $t = 3$ s.

La fuerza electromotriz inducida se calcula mediante la Ley de Faraday:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Calculamos la derivada del flujo:

$$\frac{d\Phi}{dt} = 0{,}0025 \cdot (4 - 2t) = 0{,}0025(4 - 2t).$$

Entonces, la f.e.m. inducida es:

$$\mathcal{E} = -0{,}0025(4 - 2t).$$

Para $t = 3\,\mathrm{s}$:

$$\mathcal{E} = -0{,}0025(4 - 2 \cdot 3) = 5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{V}.$$

Por lo tanto, el módulo de la f.e.m. inducida en $t = 3$ s es $5 \cdot 10^{-3}$ V.

iii. Determine el instante de tiempo para el cual no se induce corriente en la espira.

No se induce corriente en la espira cuando la f.e.m. inducida es cero, es decir, cuando:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = 0.$$

Igualando la derivada del flujo a cero:

$$0{,}0025(4 - 2t) = 0 \quad \Rightarrow \quad 4 - 2t = 0 \quad \Rightarrow \quad t = 2\,\mathrm{s}.$$

Por lo tanto, no se induce corriente en la espira en el instante $t = 2$ segundos.

Pregunta C. Opción 1. Ondas

a) ¿Qué significa que una onda armónica es doblemente periódica? Explíquelo apoyándose en las gráficas correspondientes.

b) Una onda armónica transversal se propaga en sentido negativo del eje OX con una velocidad de propagación de $3\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Si su longitud de onda es de $1,5$ m y su amplitud es de 2 m:

i. escriba la ecuación de la onda teniendo en cuenta que en el punto $x = 0$ m y en el instante $t = 0$ s la perturbación es nula y la velocidad de oscilación es positiva.

ii. determine la velocidad máxima de oscilación de un punto cualquiera del medio.

Solución:

a) ¿Qué significa que una onda armónica es doblemente periódica? Explíquelo apoyándose en las gráficas correspondientes.

Recordamos que la ecuación general de una onda armónica que se propaga en el eje x es:

$$y(x,t) = A\sin(\omega t \pm kx + \delta),$$

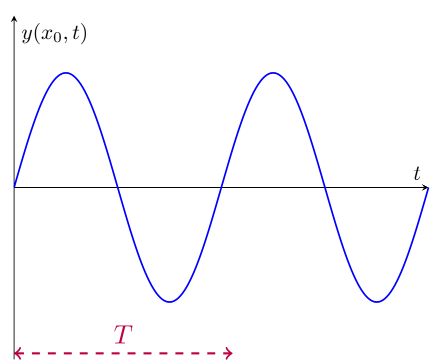
donde:
- A es la amplitud,
- $\omega = 2\pi f$ es la pulsación o frecuencia angular temporal,
- $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ es el número de onda o frecuencia espacial,
- δ es la fase inicial,
- El signo $\pm$ depende de la dirección de propagación.

Una onda armónica es *doblemente periódica* porque presenta periodicidad tanto en el espacio como en el tiempo. Esto significa que la onda se repite en intervalos regulares a lo largo del espacio y también a lo largo del tiempo.

La *periodicidad temporal* se refiere a que en un punto fijo del espacio, la perturbación se repite cada cierto tiempo T (período). Matemáticamente:

$$y(x_0,t) = y(x_0, t+T).$$

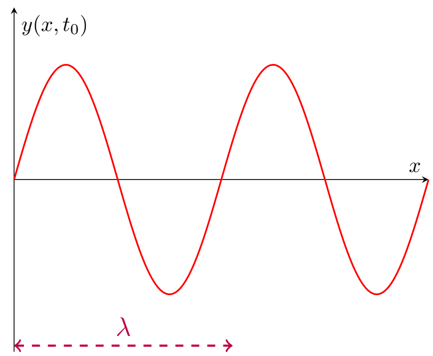
Gráficamente, si observamos la oscilación en un punto fijo x_0, obtenemos una gráfica de y vs. t que muestra una función sinusoidal con período T:



La *periodicidad espacial* indica que en un instante fijo t_0, la forma de la onda se repite cada una distancia λ (longitud de onda). Matemáticamente:

$$y(x,t_0) = y(x+\lambda, t_0).$$

Gráficamente, si congelamos el tiempo y observamos la onda a lo largo del espacio, obtenemos una gráfica de y vs. x que muestra una función sinusoidal con período espacial λ:



Por lo tanto, una onda armónica es doblemente periódica porque se repite en el espacio cada longitud de onda λ y en el tiempo cada período T.

b) **Una onda armónica transversal se propaga en sentido negativo del eje OX con una velocidad de propagación de $3\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Si su longitud de onda es de $1,5$ m y su amplitud es de 2 m:**

i. **escriba la ecuación de la onda teniendo en cuenta que en el punto $x = 0$ m y en el instante $t = 0$ s la perturbación es nula y la velocidad de oscilación es positiva.**

Tenemos que:

* Amplitud: $A = 2\,\mathrm{m}$.
* Longitud de onda: $\lambda = 1{,}5\,\mathrm{m}$.
* Velocidad de propagación: $v = 3\,\mathrm{m/s}$.
* Dirección de propagación: sentido negativo del eje x.

Observamos que:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1{,}5} = \frac{4\pi}{3}\,\mathrm{rad/m},$$

$$\omega = k \cdot v = \frac{4\pi}{3} \cdot 3 = 4\pi\,\mathrm{rad/s}.$$

Como la onda se propaga en el sentido negativo de x, usamos el signo $+$ en la ecuación general de la onda:

$$y(x,t) = A\sin(\omega t + kx + \delta).$$

En $x = 0\,\mathrm{m}$ y $t = 0\,\mathrm{s}$:

$$y(0,0) = A\sin(\delta) = 0 \quad \Rightarrow \quad \sin(\delta) = 0 \quad \Rightarrow \quad \delta = 0.$$

La velocidad de oscilación es:

$$v_{\text{oscil}} = \frac{\partial y}{\partial t} = A\omega\cos(\omega t + kx + \delta).$$

En $x = 0\,\mathrm{m}$ y $t = 0\,\mathrm{s}$:

$$v_{\text{oscil}}(0,0) = A\omega\cos(\delta) = 2 \cdot 4\pi \cdot \cos(0) = 8\pi\,\mathrm{m/s}.$$

Como $v_{\text{oscil}}(0,0) > 0$, la condición se cumple.

Por lo tanto, la ecuación de la onda es $y(x,t) = 2\sin\left(4\pi t + \frac{4\pi}{3}x\right)$.

ii. determine la velocidad máxima de oscilación de un punto cualquiera del medio.

La velocidad de oscilación es:

$$v_{\text{oscil}} = \frac{\partial y}{\partial t} = A\omega \cos(\omega t + kx + \delta).$$

La velocidad máxima ocurre cuando $\cos(\omega t + kx + \delta) = \pm 1$:

$$v_{\text{oscil máx}} = A \cdot \omega = 2 \cdot 4\pi = 8\pi \, \text{m/s}.$$

Por lo tanto, la velocidad máxima de oscilación es $\boldsymbol{8\pi}$ m/s.

Pregunta C. Opción 2. Óptica

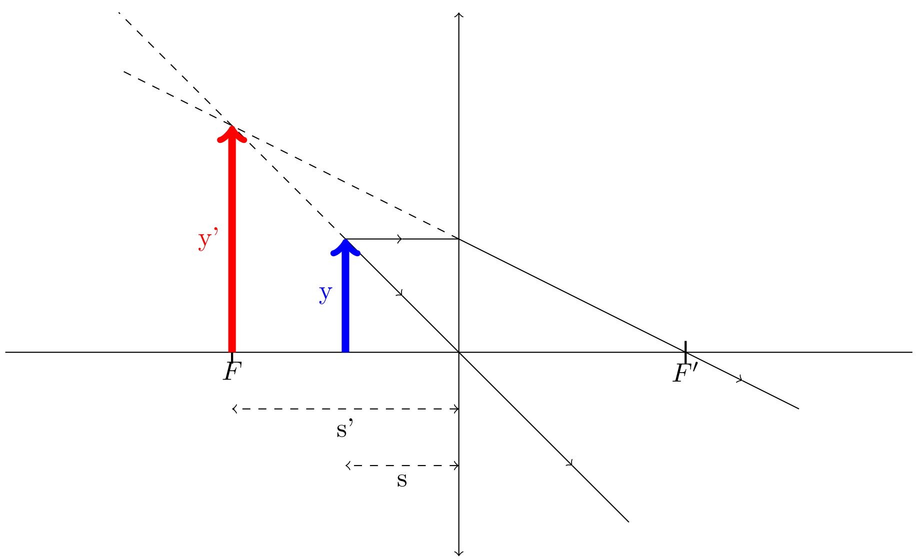
a) **Realice y explique el trazado de rayos para un objeto situado entre el foco objeto y una lente convergente. Justifique las características de la imagen. Justifique las características de la imagen formada.**

b) **Un objeto de 30 cm de altura se coloca a 2 m de distancia de una lente delgada divergente. La distancia focal de la lente es de 50 cm. Indicando el criterio de signos aplicado, calcule la posición y el tamaño de la imagen formada. Realice razonadamente el trazado de rayos y justifique la naturaleza de la imagen.**

Solución:

a) **Realice y explique el trazado de rayos para un objeto situado entre el foco objeto y una lente convergente. Justifique las características de la imagen. Justifique las características de la imagen formada.**

Para un objeto situado entre el foco objeto F y la lente convergente, los rayos principales se trazan de la siguiente manera:



- Tipo de Imagen: La imagen formada es *virtual* porque los rayos son divergentes.
- Orientación de la Imagen: La imagen es *derecha* respecto al objeto.
- Tamaño de la Imagen: La imagen es *mayor*.
- Posición de la Imagen: La imagen se forma en el mismo lado que el objeto.

Por lo tanto, para un objeto situado entre el foco objeto y una lente convergente, la imagen es virtual, derecha y aumentada.

b) **Un objeto de 30 cm de altura se coloca a 2 m de distancia de una lente delgada divergente. La distancia focal de la lente es de 50 cm. Indicando el criterio de signos aplicado, calcule la posición y el tamaño de la imagen formada. Realice razonadamente el trazado de rayos y justifique la naturaleza de la imagen.**

Tenemos que:
- Altura del objeto: $y = 30\,\text{cm} = 0{,}3\,\text{m}$.
- Distancia del objeto: $s = -2\,\text{m}$.

– Distancia focal de la lente divergente: $f' = -0{,}5\,\mathrm{m}$ (negativa por ser divergente).

A partir de la ecuación de las lentes delgadas,

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s},$$

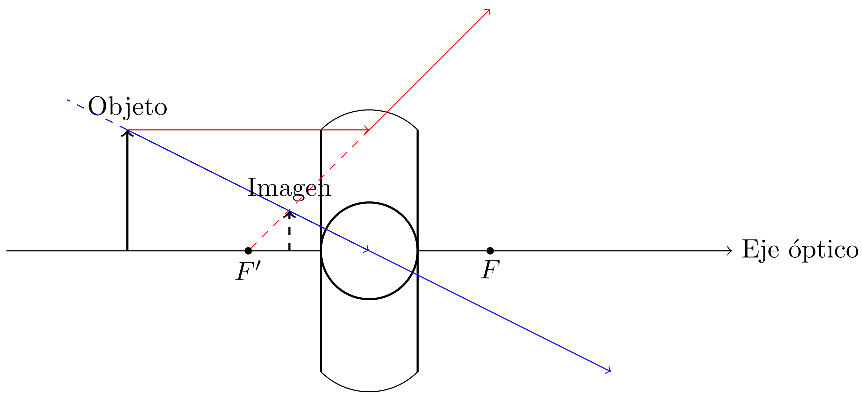
despejamos s':

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{-0{,}5} + \frac{1}{-2} = -\frac{5}{2} \quad \Rightarrow \quad s' = -0{,}4\,\mathrm{m}.$$

El aumento lateral es:

$$m = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{-0{,}4}{-2} = 0{,}2 \quad \Rightarrow \quad y' = m \cdot y = 0{,}2 \cdot 0{,}3\,\mathrm{m} = 0{,}06\,\mathrm{m} = 6\,\mathrm{cm}.$$

El esquema de rayos es:



Por lo tanto, la imagen formada por una lente divergente es virtual, derecha, de menor tamaño y se encuentra del mismo lado de la lente que el objeto.

Pregunta D. Opción 1. Física Moderna

a) **En el efecto fotoeléctrico, la luz incidente sobre una superficie metálica provoca la emisión de electrones de la superficie. Discuta la veracidad de las siguientes afirmaciones:**
   i. **Se desprenden electrones sólo si la longitud de onda de la radiación incidente es superior a un valor mínimo.**
   ii. **La energía cinética máxima de los electrones es independiente del tipo de metal.**
   iii. **La energía cinética máxima de los electrones es independiente de la intensidad de la luz incidente.**

b) **Los electrones emitidos por una superficie metálica tienen una energía cinética máxima de $4 \cdot 10^{-19}$ J para una radiación incidente de $3,5 \cdot 10^{-7}$ m de longitud de onda. Calcule:**
   i. **el trabajo de extracción de un electrón individual y de un mol de electrones, en Julios.**
   ii. **la diferencia de potencial mínima requerida para frenar los electrones emitidos.**

Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$; $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$; $c = 3 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m\,s^{-1}}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$

Solución:

a) **En el efecto fotoeléctrico, la luz incidente sobre una superficie metálica provoca la emisión de electrones de la superficie. Discuta la veracidad de las siguientes afirmaciones:**
   i. **Se desprenden electrones sólo si la longitud de onda de la radiación incidente es superior a un valor mínimo.**

La afirmación es *falsa.* En realidad, los electrones se desprenden sólo si la longitud de onda de la radiación incidente es *inferior* a un valor máximo ($\lambda < \lambda_0$), lo que corresponde a que la frecuencia de la luz sea superior a una frecuencia umbral ($f > f_0$). Si la longitud de onda es superior a este valor ($\lambda > \lambda_0$), la energía de los fotones es insuficiente para superar el trabajo de extracción del metal, por lo que no se emiten electrones.

Por lo tanto, la afirmación es falsa porque los electrones se desprenden sólo si la longitud de onda es inferior a un valor mínimo, no superior.

   ii. **La energía cinética máxima de los electrones es independiente del tipo de metal.**

La afirmación es *falsa.* Según la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico:

$$K_{\text{max}} = h\nu - \phi,$$

donde K_{max} es la energía cinética máxima de los electrones, h es la constante de Planck, ν es la frecuencia de la luz incidente y ϕ es la función de trabajo del metal. La función de trabajo ϕ es una propiedad específica de cada metal, lo que implica que K_{max} depende del tipo de metal utilizado.

Por lo tanto, la afirmación es falsa porque la energía cinética máxima depende de la función de trabajo del metal.

   iii. **La energía cinética máxima de los electrones es independiente de la intensidad de la luz incidente.**

La afirmación es *verdadera.* La energía cinética máxima de los electrones (K_{max}) está determinada por la frecuencia de la luz incidente y la función de trabajo del metal, según la ecuación de Einstein:

$$K_{\text{max}} = h\nu - \phi.$$

La intensidad de la luz está relacionada con el número de fotones incidentes por unidad de tiempo, pero no afecta la energía de cada fotón individual. Por lo tanto, aumentar la intensidad de la luz incrementa el número de electrones emitidos, pero no la energía cinética máxima de cada electrón.

Por lo tanto, la afirmación es verdadera ya que $K_{\max}$ depende únicamente de la frecuencia de la luz y la función de trabajo del metal, no de la intensidad de la luz.

b) **Los electrones emitidos por una superficie metálica tienen una energía cinética máxima de $4 \cdot 10^{-19}$ J para una radiación incidente de $3,5 \cdot 10^{-7}$ m de longitud de onda. Calcule:**

i. **el trabajo de extracción de un electrón individual y de un mol de electrones, en Julios.**

Utilizando la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico:

$$K_{\max} = h\nu - \phi.$$

Primero, calculamos la frecuencia ν de la radiación incidente:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \,\mathrm{m/s}}{3{,}5 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}} = 8{,}57 \cdot 10^{14}\,\mathrm{Hz}.$$

Sustituyendo en la ecuación de Einstein:

$$4 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J} = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s} \cdot 8{,}57 \cdot 10^{14}\,\mathrm{Hz} - \phi.$$

$$4 \cdot 10^{-19} = 5{,}68 \cdot 10^{-19} - \phi \quad \Rightarrow \quad \phi = 5{,}68 \cdot 10^{-19} - 4 \cdot 10^{-19} = 1{,}68 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}.$$

El trabajo de extracción de un mol de electrones es:

$$\phi_{\mathrm{mol}} = \phi \cdot N_A = 1{,}68 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1} = 1{,}011 \cdot 10^5\,\mathrm{J/mol}.$$

Por lo tanto, el trabajo de extracción es $1{,}68 \cdot 10^{-19}$ J por electrón y $1{,}011 \cdot 10^5$ J/mol de electrones.

ii. **la diferencia de potencial mínima requerida para frenar los electrones emitidos.**

La energía cinética máxima de los electrones ($K_{\max}$) está relacionada con la diferencia de potencial de frenado (V) mediante la siguiente relación:

$$K_{\max} = e \cdot V,$$

donde e es la carga elemental ($1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$). Despejando V:

$$V = \frac{K_{\max}}{e} = \frac{4 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}} = 2{,}5\,\mathrm{V}.$$

Por lo tanto, la diferencia de potencial mínima requerida para frenar los electrones emitidos es 2,5 V.

Pregunta D. Opción 2. Física Moderna

a) **i. Defina defecto de masa y energía de enlace de un núcleo.**
ii. Indique razonadamente cómo están relacionadas entre sí ambas magnitudes.

b) **El $^{235}_{92}U$ se puede desintegrar, por absorción de un neutrón, mediante diversos procesos de fisión. Uno de estos procesos consiste en la producción de $^{95}_{38}Sr$, dos neutrones y un tercer núcleo $^{A}_{Z}Q$.**
i. Escriba la reacción nuclear correspondiente y determine el número de protones y número total de nucleones del tercer núcleo..
ii. Calcule la energía producida por la fisión de un núcleo de uranio en la reacción anterior.

Datos: $m(^{235}_{92}U) = 235,043930\,u$; $m(^{95}_{38}Sr) = 94,919359\,u$; $m(^{A}_{Z}Q) = 138,918793\,u$; $m_n = 1,008665\,u$; $1u = 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg; $c = 3 \cdot 10^8\,\mathrm{m\,s^{-1}}$

Solución:

a) **i. Defina defecto de masa y energía de enlace de un núcleo.**

El *defecto de masa* de un núcleo es la diferencia entre la masa total de los nucleones que lo componen (protones y neutrones) y la masa real del núcleo. Se define matemáticamente como:

$$\Delta m = (Z \cdot m_p + N \cdot m_n) - m_{\text{núcleo}},$$

donde:
* Z es el número de protones,
* N es el número de neutrones,
* m_p es la masa de un protón,
* m_n es la masa de un neutrón,
* $m_{\text{núcleo}}$ es la masa del núcleo.

La *energía de enlace* es la energía necesaria para descomponer un núcleo en sus nucleones constituyentes. Está relacionada con el defecto de masa mediante la famosa ecuación de Einstein:

$$E_{\text{enlace}} = \Delta m \cdot c^2,$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío.

Por lo tanto, el defecto de masa es la diferencia de masa entre los nucleones individuales y el núcleo, y la energía de enlace es la energía equivalente a esta diferencia de masa que mantiene unido al núcleo.

ii. Indique razonadamente cómo están relacionadas entre sí ambas magnitudes.

La *relación* entre el *defecto de masa* y la *energía de enlace* está directamente dada por la ecuación de Einstein:

$$E_{\text{enlace}} = \Delta m \cdot c^2.$$

Esta relación implica que una mayor pérdida de masa (mayor defecto de masa) corresponde a una mayor energía de enlace. En otras palabras, núcleos con mayor energía de enlace son más estables, ya que requieren más energía para ser desintegrados en sus nucleones constituyentes.

Además, esta relación muestra que la energía de enlace es una manifestación de la masa defectuosa del núcleo, lo que demuestra la equivalencia entre masa y energía.

Por lo tanto, ambas magnitudes están relacionadas por la equivalencia masa-energía, donde el defecto de masa se traduce en la energía de enlace que mantiene unido al núcleo.

b) **El $^{235}_{92}U$ se puede desintegrar, por absorción de un neutrón, mediante diversos procesos de fisión. Uno de estos procesos consiste en la producción de $^{95}_{38}Sr$, dos neutrones y un tercer núcleo $^{A}_{Z}Q$.**

i. **Escriba la reacción nuclear correspondiente y determine el número de protones y número total de nucleones del tercer núcleo..**

La desintegración por fisión puede representarse de la siguiente manera:

$$^{235}_{92}\text{U} + ^{1}_{0}\text{n} \rightarrow ^{95}_{38}\text{Sr} + 2^{1}_{0}\text{n} + ^{A}_{Z}\text{Q}.$$

Conservación de la carga eléctrica:

$$Z_{\text{U}} + Z_{\text{n}} = Z_{\text{Sr}} + Z_{\text{n}} + Z_{\text{Q}}.$$

Sustituyendo los valores:

$$92 + 0 = 38 + 0 + Z \quad \Rightarrow \quad Z = 54.$$

Conservación del número de nucleones:

$$A_{\text{U}} + A_{\text{n}} = A_{\text{Sr}} + 2A_{\text{n}} + A_{\text{Q}}.$$

Sustituyendo los valores:

$$235 + 1 = 95 + 2 \cdot 1 + A \quad \Rightarrow \quad 236 = 95 + 2 + A \quad \Rightarrow \quad A = 139.$$

Por lo tanto, el tercer núcleo es $^{139}_{54}$Xe.

ii. **Calcule la energía producida por la fisión de un núcleo de uranio en la reacción anterior.**

Vamos a obtener el defecto de masa (Δm). Primero, sumamos las masas de los reactivos y los productos:

$$\text{Reactivos: } m_{\text{U}} + m_n = 235{,}043930\,u + 1{,}008665\,u = 236{,}052595\,u.$$

$$\text{Productos: } m_{\text{Sr}} + 2m_n + m_{\text{Xe}} = 94{,}919359\,u + 2 \cdot 1{,}008665\,u + 138{,}918793\,u = 235{,}855482\,u.$$

Entonces,

$$\Delta m = \text{Reactivos} - \text{Productos} = 236{,}052595\,u - 235{,}855482\,u = 0{,}197113\,u.$$

Finalemte, obtenemos la energía liberada (ΔE). Utilizamos la equivalencia masa-energía de Einstein:

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2.$$

Primero, convertimos el defecto de masa a kilogramos:

$$\Delta m = 0{,}197113\,u \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\text{kg/u} = 3{,}277 \cdot 10^{-28}\,\text{kg}.$$

Luego, calculamos la energía:

$$\Delta E = 3{,}277 \cdot 10^{-28}\,\text{kg} \cdot \left(3 \cdot 10^{8}\,\text{m/s}\right)^2 = 2{,}9493 \cdot 10^{-11}\,\text{J}.$$

Por lo tanto, la energía producida por la fisión de un núcleo de uranio es aproximadamente $2{,}9493 \cdot 10^{-11}$ J.